

## Matemática

### Ciclo Orientado

#### Propuesta: Espiral de Ulam<sup>1</sup>.

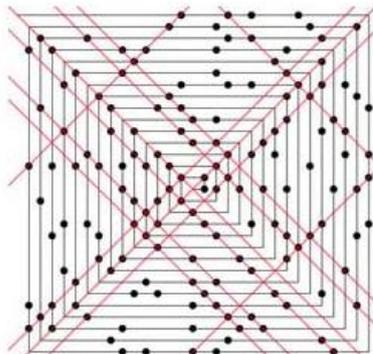
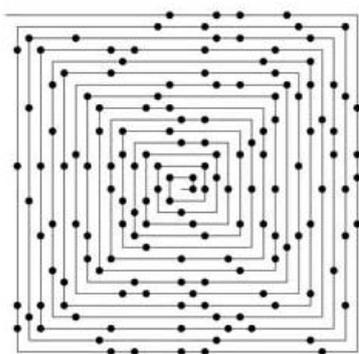
#### Sabías que...

La **espiral de Ulam**, descrita por el matemático polaco Stanisław Marcin Ulam (1909-1984), es una forma de representación gráfica de números primos que muestra un patrón.

En 1963, Ulam, aburrido durante una conferencia científica, estaba haciendo garabatos en una hoja de papel. Dispuso una malla de números en espiral, empezando por el 1 en el centro, el 2 a su derecha, el 3 arriba, el 4 encima del 1, el 5 a la izquierda, y así sucesivamente. Posteriormente, marcó los números primos y descubrió que los números marcados tendían a alinearse a lo largo de líneas diagonales.

101	100	99	98	97	96	95	94	93	92	91
102	65	64	63	62	61	60	59	58	57	90
103	66	37	36	35	34	33	32	31	56	89
104	67	38	17	16	15	14	13	30	55	88
105	68	39	18	5	4	3	12	29	54	87
106	69	40	19	6	1	2	11	28	53	86
107	70	41	20	7	8	9	10	27	52	85
108	71	42	21	22	23	24	25	26	51	84
109	72	43	44	45	46	47	48	49	50	83
110	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121

Todos los números primos, excepto el 2, son impares. Como en la espiral de Ulam algunas diagonales contienen números impares y otras contienen números pares, no sorprende ver cómo los números primos caen todos (salvo el 2) en diagonales alternas. Sin embargo, entre las diagonales que contienen números impares, unas contienen una proporción visiblemente mayor que otras de números primos.



Las pruebas que se han hecho hasta ahora confirman que, incluso si se extiende mucho la espiral, se siguen mostrando esas diagonales. El patrón se muestra igualmente aunque el número central no sea 1 (en efecto, puede ser

mucho mayor que 1).

<sup>1</sup> Disponible en [https://es.wikipedia.org/wiki/Espiral\\_de\\_Ulam](https://es.wikipedia.org/wiki/Espiral_de_Ulam)

Esto significa que hay muchas constantes enteras  $b$  y  $c$  tales que la función:

$$f(n) = 4n^2 + bn + c$$

genera, a medida que crece  $n$  a lo largo de los naturales  $\{1, 2, 3, \dots\}$ , una gran cantidad de números primos en comparación con la proporción de primos existente en números de magnitud similar. Este hallazgo fue tan célebre que la espiral de Ulam apareció en la portada de la revista *Scientific American* en marzo de 1964.

### Actividades

Podríamos preguntarnos: ¿dónde está el misterio?, ¿por qué se alinean de esta forma los números primos?

1. Elabora una espiral de Ulam que **inicie** con el número 41 hasta el 300
2. Utiliza la Fórmula de Euler para encontrar números primos:  
$$P(n) = n^2 + n + 41 \quad n=1,2,3,4,\dots,15$$
3. Señala los números primos en tu espiral ¿están ubicados en diagonales?
4. Ahora utiliza  $f(n) = n^2 + n + 17$  ¿siempre produce números primos?, ¿te animas a encontrar algunos valores de  $n$  en que "falle" y el resultado no sea primo?
5. Lucas dice que para encontrar números primos utiliza:  $P(n) = 4n^2 + 2n + 41$ , ¿tiene razón, siempre encuentra números primos?